Corrigé du Brevet Blanc de Mathématiques **Session avril 2010**

Barème: *Ex1: 2pts* *Ex2: 4pts* *Ex3: 7pts* *Ex4: 10pts* *Pb: 13pts (6+7)* *Soin/Réd: 4pts*

Exercice 1 : 1) $\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{50}$ 3) $4\sqrt{3}$ 4) $21+4\sqrt{5}$ $(0{,}5\times 4=2\ pts)$

Exercice 2 : *(4pts)*

1) $230\div 10=23$ Il pourra confectionner 23 coffrets. *(0,5pt)*
$276\div 23=12$ Chaque coffret contiendra 12 cartes postales. *(0,5pt)*

2) a) $276=230\times 1+46$
$230=46\times 5+0$
Le PGCD de 276 et 230 est 46. *(1,5pt)*
b) Le nombre maximal de coffrets est le PGCD de 276 et 230 soit 46 coffrets. *(0,5pt)*
$276\div 46=6$ et $230\div 46=5$ chaque coffret contiendra 6 cartes postales et 5 porte-clés. *(1pt)*

Exercice 3 : *(7pts)*

1) $A=(5x+2)^2-4^2=(5x)^2+2\times 5x\times 2+2^2-16=25x^2+20x+4-16$, $A=25x^2+20x-12$. *(1pt)*

2) $A=(5x+2)^2-4^2=(5x+2+4)(5x+2-4)$, $A=(5x+6)(5x-2)$. *(1pt)*

3) Pour $x=-1$: $A=(5\times(-1)+2)^2-16=(-5+2)^2-16=(-3)^2-16=9-16$, $A=-7$. *(1pt)*
Pour $x=\frac{-2}{5}$: $A=(5\times(\frac{-2}{5})+2)^2-16=(-2+2)^2-16=0-16$, $A=-16$. *(1pt)*

4) $A = 0 \Leftrightarrow (5x+6)(5x-2)=0$. Un produit de facteurs est nul si l'un au moins des facteurs est nul:
$5x+6=0$ ou $5x-2=0$
$5x+6-6=0-6$ $5x-2+2=0+2$
$5x=-6$ $5x=2$
$\frac{5x}{5}=\frac{-6}{5}$ $\frac{5x}{5}=\frac{2}{5}$
$x=-1{,}2$ $x=0{,}4$ Les solutions de l'équation sont $x=-1{,}2$ et $x=0{,}4$. *(3pts)*

Exercice 4 : *(10pts)*

1) ABCD étant un carré, ses diagonales se coupent en leur milieu O donc $AO=\frac{AC}{2}=\frac{12}{2}=6\,cm$. *(0,5pt)*
Dans le triangle SOA rectangle en O d'après le théorème de Pythagore: $SA^2 = SO^2 + OA^2$, $SA^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36$
$SA^2 = 100$ donc $SA = \sqrt{100}$, SA = 10 cm. *(2,5pts)*

2) $A_{ABCD}=c^2=AB^2=(6\sqrt{2})^2=6\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}=6\times 6\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=36\times 2=72$: l'aire du carré ABCD est 72 cm². *(1pt)*

3) $V=\frac{B\times h}{3}=\frac{A_{ABCD}\times SO}{3}=\frac{72\times 8}{3}=192$: le volume de la pyramide SABCD est égale à 192 cm³. *(1pt)*

4) SA' = SB' =3 et le triangle SAB étant isocèle en S, SA = SB = 10 *(0,5pt)*donc $\frac{SA'}{SA}=\frac{SB'}{SB}=\frac{3}{10}$.
Les points S, A' et B sont alignés dans le même ordre que les points S, B' et B et $\frac{SA'}{SA}=\frac{SB'}{SB}$ alors d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (A'B') et (AB) sont parallèles. *(3pts)*

5) Soit k le coefficient de réduction. $k=\frac{SA'}{SA}=\frac{3}{10}$. *(0,5pt)*

6) Soit V' le volume de la pyramide SA'B'C'D'. $V'=k^3\times V=(\frac{3}{10})^3\times 192=\frac{27\times 192}{1000}=5{,}184$
Le volume de la pyramide SA'B'C'D' est $5{,}184\,cm^3$. *(1pt)*

Problème: *(13pts)*

Partie A *(6pts)*

1) Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en C et les droites (MN) et (AB) sont parallèles alors d'après le théorème de Thalès: $\frac{CN}{CA}=\frac{CM}{CB}=\frac{MN}{AB}$ soit $\frac{CN}{CA}=\frac{50}{80}=\frac{MN}{60}$ d'où $MN=\frac{50\times 60}{80}$ donc MN = 37,5m. *(3pts)*

2) $A_{CMN} = \frac{B \times h}{2} = \frac{CM \times MN}{2} = \frac{50 \times 37{,}5}{2} = 937{,}5\, m^2$ *(1pt)*

$A_{ANBM} = \frac{(b+B) \times h}{2} = \frac{(MN+AB) \times BM}{2} = \frac{(37{,}5+60) \times 30}{2} = 1462{,}5\, m^2$ *(1pt)*

L'aire du trapèze ANMB est supérieure à celle du triangle CMN. *(0,5pt)*

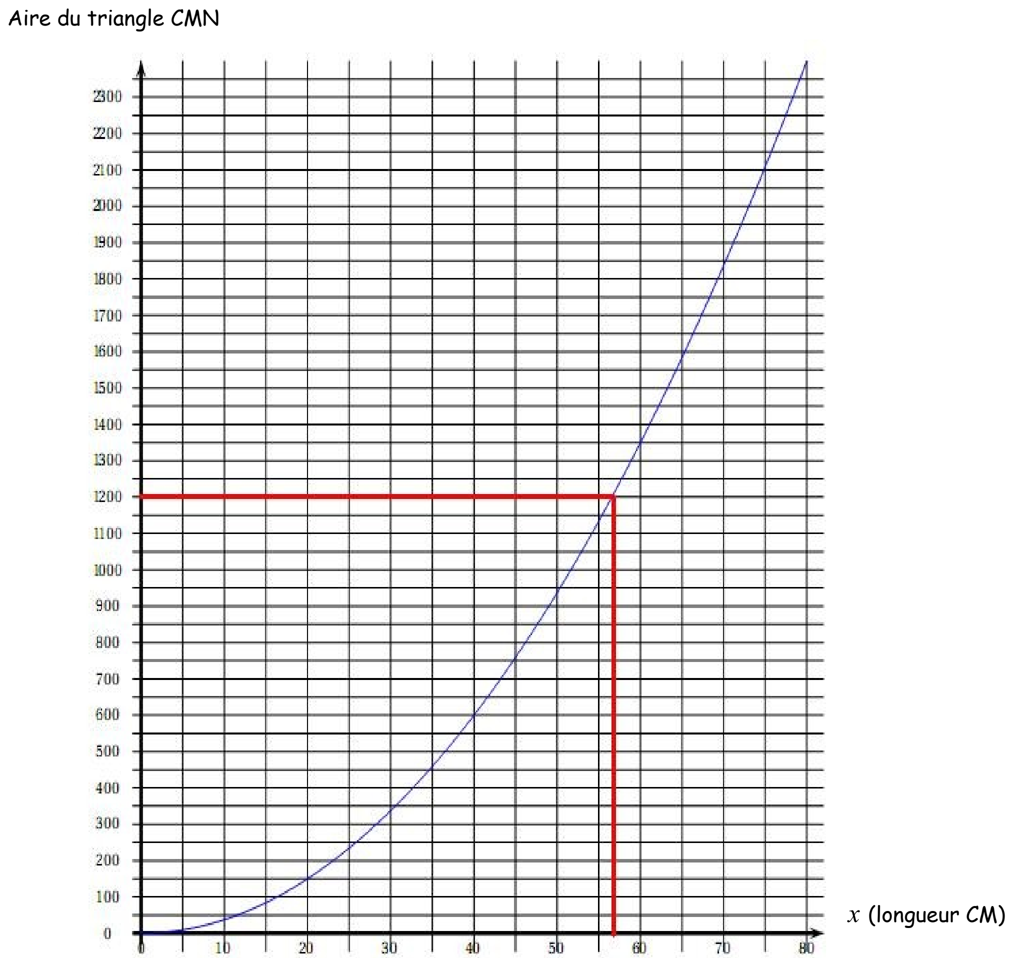
3) Pour que les deux aires soient égales on doit donc placer le point M à plus de 50 m de C.*(0,5pt)*

Partie B *(7pts)*

1) Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en C et les droites (MN) et (AB) sont parallèles alors d'après le théorème de Thalès: $\frac{CN}{CA} = \frac{CM}{CB} = \frac{MN}{AB}$ soit $\frac{CN}{CA} = \frac{x}{80} = \frac{MN}{60}$ d'où $MN = \frac{60 \times x}{80} = \frac{20 \times 3 \times x}{20 \times 4}$ donc $MN = \frac{3}{4} x.$ *(2,5pts)*

2) Le triangle CMN étant rectangle en M, $A_{CMN} = \frac{B \times h}{2} = \frac{CM \times MN}{2} = \frac{x \times \frac{3}{4} x}{2} = \frac{3}{8} x^2$ *(1pt)*

3)



a) Pour que les deux parcelles aient la même aire il faut $A_{CMN} = 1\,200\, cm^2$ et donc $CM \simeq 57$m. *(1pt)*

b) $A_{CMN} = 1\,200 \Leftrightarrow \frac{3}{8} x^2 = 1\,200$, $\frac{3}{8} x^2 \times \frac{8}{3} = 1\,200 \times \frac{8}{3}$, $x^2 = 3\,200$

Cette équation admet 2 solutions: $x = \sqrt{3\,200}$ et $x = -\sqrt{3\,200}$ or x étant une longueur $x \geqslant 0$ donc $x = \sqrt{3\,200} = \sqrt{100 \times 16 \times 2} = 40\sqrt{2}$: les deux parcelles ont la même aire pour $x = 40\sqrt{2}\, m.$ *(1,5pt)*

c) $MN = \frac{3}{4} x = \frac{3}{4} \times 40\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$ d'où $MN \simeq 42{,}4\, m.$ *(1pt)*